

2024 年山东省春季高考第一次模拟考试

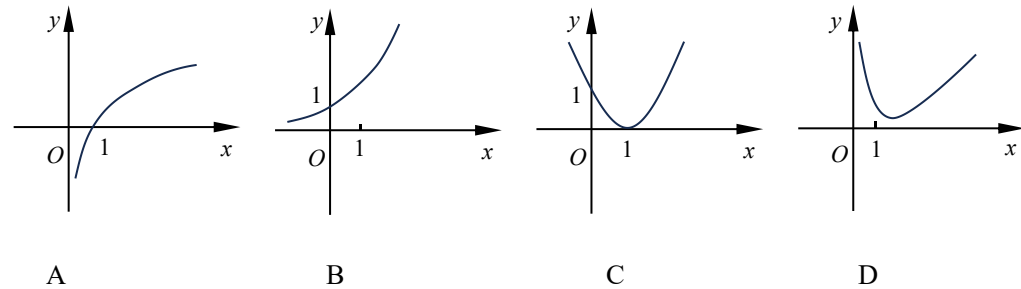
数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

卷一（选择题，共 60 分）

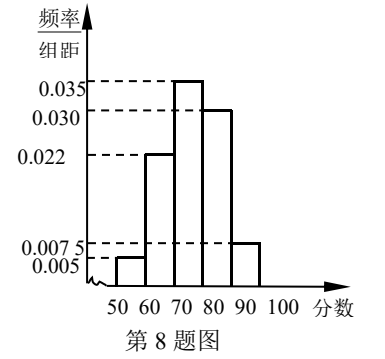
一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知全集 $U = \{x | -1 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$ ，集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ，则 $\delta_{U}A$ 等于 ()。
A. $\{-1, 0\}$ B. $\{0\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. “ $a > b > 0$ ”是“ $|a| > |b| > 0$ ”的 ()。
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 1, \\ 2^x, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(-f(1))$ 等于 ()。
A. 1 B. 2 C. -2 D. -7
4. 函数 $y = \lg(x^2 - x)$ 的定义域是 ()。
A. $(0, 1)$ B. $[0, 1]$
C. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
5. 已知二项式 $(1+x)^n$ 的展开式中含 x^2 项的系数为 6，则 n 等于 ()。
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
6. 已知函数 $f(x)$ ，且 $f(1) > f(3) > f(2)$ ，则下列可以作为函数 $f(x)$ 图像的是 ()。



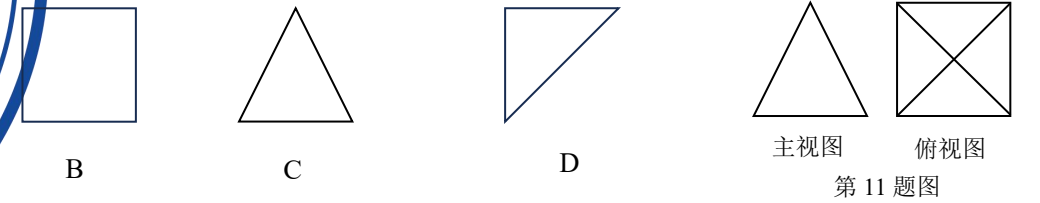
7. 已知不等式 $|x-6| < b$ 的解集是 $(a, 9)$ ，其中 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则 ab 等于 ()。
A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

8. 某班共有学生 40 人，将一次数学考试成绩（单位：分）绘制成频率分布直方图，如图所示，低于 60 分为不及格， $[60, 70)$ 为及格， $[70, 80)$ 为良好，其余的为优秀，则本班数学成绩优秀率是 ()。



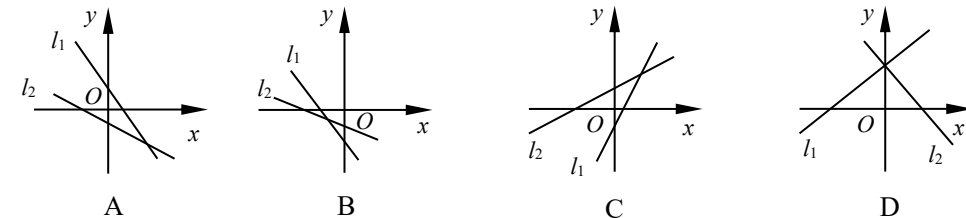
- A. 3% B. 3.75%
C. 37.5% D. 67.5%
9. 已知向量 $a = (1, 1)$ ， $b = (2, m)$ ， $\langle a, b \rangle = 45^\circ$ ，则实数 m 等于 ()。
A. 2 B. 0 C. 1 D. -1
10. 从数字 1, 2, 3, 4, 5 中任取两个不同的数字构成一个两位数，则这个两位数大于 40 的概率为 ()。
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

11. 某几何体的主视图和俯视图如图所示，则该几何体的左视图可以是 ()。



12. 当函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上同时递增或同时递减时， $[a, b]$ 叫做“不动区间”。若函数 $f(x) = \sin x$ ， $g(x) = \cos x$ ，且 $x \in [0, \pi]$ ，则下列区间是“不动区间”的是 ()。
A. $[0, \frac{\pi}{4}]$ B. $[0, \frac{\pi}{2}]$ C. $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

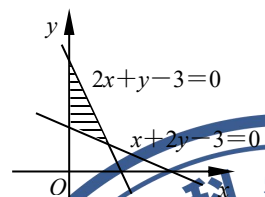
13. 在同一平面直角坐标系中，直线 $l_1: ax+y+3b=0$ 和 $l_2: bx+y+a=0$ 图像可能是 ()。



14. 函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 在 $[1, 2]$ 上的最大值是最小值的 2 倍，则 $\log_2 a$ 等于 ()。
A. $\frac{1}{2}$ 或 2 B. 1 或 -1 C. 1 D. -1
15. 过点 $P(1, 2)$ 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线，则该切线的方程是 ()。

- A. $3x - 4y + 5 = 0$ B. $4x - 3y + 2 = 0$
C. $x = 1$ 或 $3x - 4y + 5 = 0$ D. $y = 2$ 或 $4x - 3y + 2 = 0$
16. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边 a, b, c 依次成等差数列， $\triangle ABC$ 的周长为 15，且 $(\sin A + \sin B)^2 = \sin^2 C + \sin A \sin B$ ，则角 C 及 b 值分别是 ()。
A. $60^\circ, 5$ B. $120^\circ, 5$ C. $135^\circ, 6$ D. $150^\circ, 6$

17. 已知线性约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x+2y \geq 3, \\ 2x+y \leq 3 \end{cases}$ 所表示的平面区域如图所示 (阴影部分),



则目标函数 $z=x-y$ 的最小值是 ().

- A. -3 B. 0 C. $\frac{3}{2}$ D. 3

18. 已知 l, m 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$. 下列结论正确的是 ().

- A. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$ B. 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $\alpha // \beta$, 则 $l // \beta$ D. 若 $l // m$, 则 $\alpha // \beta$

19. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_n > 0, a_2 a_4 = 16, a_1 = 1$, 则该数列的公比等于 ().

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. ± 4

20. 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F , 点 M 是该抛物线上一点, 若点 A 在圆 $(x+3)^2+(y-5)^2=4$ 上, 则 $|MA|+|MF|$ 的最小值是 ().

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 请将答案填在答题卡相应题号的横线上.

21. 已知平行四边形 $ABCD$, 向量 $\vec{AB}=(-3, 2), \vec{AC}=(2, -1)$, 则向量 $\vec{BC} =$ _____ .

22. 某学校三个兴趣小组的学生人数分布如下表 (每名同学只参加一个小组).

学校要对这三个小组的活动效果进行抽样调查, 采用分层抽样的方法, 从参加这三个兴趣小组的学生中抽取

30 人, 若篮球组被抽出 12 人, 则 $a =$ _____ .

	篮球组	书画组	乐器组
高一	45	30	a
高二	15	10	20

第 22 题表

23. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, 则角 $\alpha =$ _____ .

24. 已知正方体的表面积为 24, 若球与正方体的各个面均相切, 则该球的体积是 _____ .

25. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), F_1, F_2 是左右两个焦点, 且 $|F_1 F_2| = 10$, 若点 $P(3, -4)$ 在双曲线的渐近线上, 则该双曲线的标准方程为 _____ .

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1, a_{n+2} - a_n = 1$.

- (1) 求 a_{31} 的值;
(2) 若 $b_n = 4^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

27. (本小题 8 分) 已知向量 $m = (\sqrt{3} \sin x, \cos x), n = (\cos x, \cos x), f(x) = 2m \cdot n - 1$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

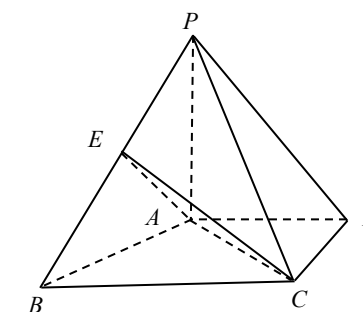
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $f(C) = 1$, 求角 C 的值.

28. (本小题 8 分) 某公司原有员工 100 人, 从事产品 A 的生产时, 平均每人每年创造产值 10 万元. 现该公司决定从原有员工中分流 x 人去进行新开发产品的生产, 分流后, 继续从事产品 A 生产的员工平均每人每年创造产值在原有的基础上增长了 $1.2x\%$. 设分流后, A 产品的年产值为 y 元.

- (1) 写出 y 与 x 的函数关系式;
(2) 若分流后产品 A 的年产值不低于分流前的年产值, 求 x 的最大值.

29. (本小题 8 分) 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 已知 $PA \perp$ 平面 $ABCD, AD \perp CD, AD // BC, AD = CD = 1, BC = 2, PA = AB, E$ 是 PB 的中点. 求证:

- (1) $AE //$ 平面 PCD ;
(2) $PB \perp$ 平面 EAC .



第 29 题图

30. (本小题 9 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 离心率等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 短轴长为 $2\sqrt{2}$.

- (1) 求椭圆的标准方程;
(2) 过点 $P(1, 1)$ 的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点, 若点 P 是线段 AB 的中点, 求直线 l 的方程.