

# 2025 年山东省春季高考第一次模拟考试

## 数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

### 卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合  $A \subseteq U$ ，若  $\complement_U A = \{2, 4\}$ ，则下列关系正确的是

- A.  $\{2\} \subseteq A$       B.  $\{4\} \subseteq A$       C.  $5 \in A$       D.  $3 \notin A$

2. 若  $x \in \mathbf{R}$ ， $m = x^2 - 1$ ， $n = 2(x+1)^2 - 4(x+1) + 1$ ，则  $m$  与  $n$  的大小关系是

- A.  $m < n$       B.  $m > n$       C.  $m \geq n$       D.  $m \leq n$

3. 已知复数  $z = (3-i)(1+i)$ ，则  $|z|$  等于

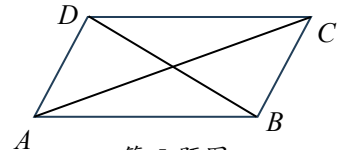
- A. 3      B. 2      C.  $3\sqrt{5}$       D.  $2\sqrt{5}$

4. 函数  $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{1+x}$  的定义域为

- A.  $[3, +\infty)$       B.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 3]$   
C.  $(-1, +\infty)$       D.  $[-3, -1) \cup (-1, +\infty)$

5. 如图所示，已知四边形  $ABCD$  是菱形，则下列结论正确的是

- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$       B.  $\overline{AC} = \overline{BD}$   
C.  $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = 0$       D.  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$



第 5 题图

6. 已知直线过点  $A(1, 2)$ ， $B(3, 4)$ ，则直线的倾斜角为

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $120^\circ$

7. 已知函数  $f(x) = -x^2 + ax + 1$  在区间  $(2, 6)$  上不单调，则实数  $a$  的取值范围为

- A.  $(2, 6)$       B.  $(-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$   
C.  $(4, 12)$       D.  $(-\infty, 4] \cup [12, +\infty)$

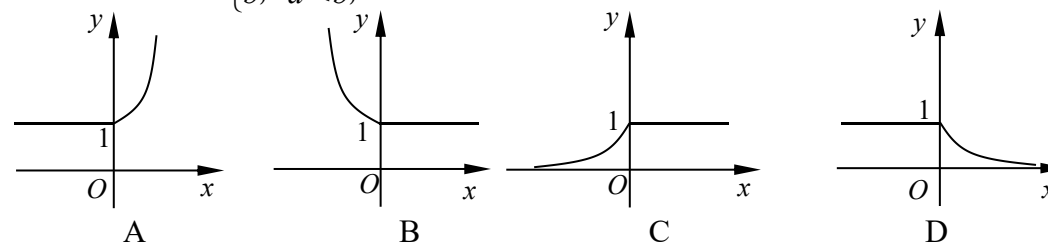
8. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_1 + a_3 = 10$ ， $a_2 + a_4 = 20$ ，则  $S_5$  的值是

- A. 62      B. 50      C. 40      D. 22

9. 已知随机变量  $X$  服从二项分布  $X \sim B(4, \frac{1}{2})$ ，则  $P(X=2)$  等于

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{3}{16}$

10. 定义运算  $a \otimes b = \begin{cases} a, & a \geq b, \\ b, & a < b, \end{cases}$  则函数  $f(x) = 1 \otimes 3^x$  的大致图像是



11. 以下有四种说法：

- ①“ $b^2 = ac$ ”是“ $b$  是  $a, c$  的等比中项”的充分不必要条件；
- ②“ $|a| > |b|$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充要条件；
- ③“ $a = b$ ”是“ $\lg a = \lg b$ ”的充分不必要条件；
- ④“ $a + b$  是偶数”是“ $a, b$  都是偶数”的必要不充分条件。

其中，说法正确的序号是

- A. ①②      B. ①③      C. ②③      D. ②④

12. 若函数  $f(x)$  是奇函数，在  $(-\infty, 0)$  上单调递减，且  $f(-3) = 0$ ，则使  $f(x) < 0$  成立的  $x$  的取值集合是

- A.  $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$       B.  $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$   
C.  $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$       D.  $(-3, 0) \cup (0, 3)$



13. 已知点  $P(m, -\sqrt{3})$  为角  $\alpha$  终边上一点, 若  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{13}}{13}$ , 则  $\tan \alpha$  的值是

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $-2\sqrt{3}$       D.  $2\sqrt{3}$

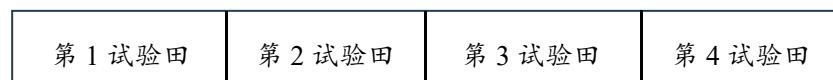
14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以点  $(2, 0)$  为圆心且与直线  $y=x+2$  相切的圆的标准方程是

- A.  $(x-2)^2+y^2=2\sqrt{2}$       B.  $(x-2)^2+y^2=8$   
C.  $(x+2)^2+y^2=8$       D.  $(x-2)^2+y^2=16$

15. 若  $(2\sqrt{x}-\frac{1}{x})^n$  的展开式中二项式系数之和为 32, 则展开式中含  $x$  项的系数为

- A. 80      B. -80      C. 40      D. -40

16. 将 3 种植物种植在 4 块试验田内 (3 种植物都要种植), 如图所示:



第 16 题图

若每块试验田种植一种作物且相邻的试验田不能种植同一作物, 则不同的种植方法数是

- A. 24      B. 21      C. 18      D. 12

17. 现有三张卡片, 上面分别写有数字 2, 3, 6, 从中任取两张排成一个两位数, 排成偶数的概率为

- A.  $\frac{2}{9}$       B.  $\frac{4}{9}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{8}{9}$

18. 抛物线  $y^2=12x$  上与焦点的距离等于 7 的点的横坐标是

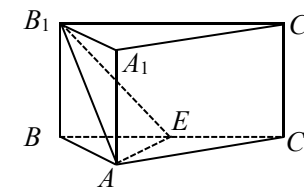
- A. 6      B. 5      C. 4      D. 3

19. 若  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  等于

- A.  $\frac{7\sqrt{2}}{26}$       B.  $-\frac{7\sqrt{2}}{26}$       C.  $\frac{17\sqrt{2}}{26}$       D.  $-\frac{17\sqrt{2}}{26}$

20. 如图所示, 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1=1$ ,  $AB=2$ ,  $E$  是  $BC$  中点, 有下列说法:

- ①  $CC_1$  与  $AB_1$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ;  
②  $AB \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ;  
③  $\triangle AB_1E$  为直角三角形;  
④  $A_1C_1 \parallel$  平面  $AB_1E$ .



第 20 题图

其中, 说法正确的序号是

- A. ①②      B. ③④      C. ①③      D. ②④

## 卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

21. 如图所示, 该几何体的表面积等于\_\_\_\_\_.

22. 已知随机变量  $X$  服从正态分布  $N(2, \sigma^2)$ ,

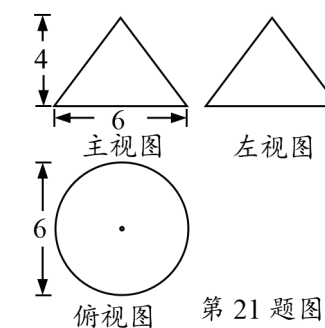
若  $P(x > 1) = 0.7$ , 则  $P(2 < x < 3) =$ \_\_\_\_\_.

23. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1)$ ,  $\mathbf{c} = (x, 3)$ ,

若  $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

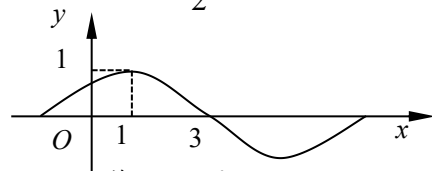
24. 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 经过点  $F_2$  且垂直于  $x$  轴的直线

与椭圆交于  $A, B$  两点, 且  $|AF_1| = 10$ ,  $|AB| = 12$ , 则该椭圆的离心率是\_\_\_\_\_.



第 21 题图

25. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图像如图所示, 将  $f(x)$  的图像向右平移  $\frac{1}{2}$  个单位得到函数  $g(x)$  的图像, 则  $g(\frac{1}{2}) =$  \_\_\_\_\_.

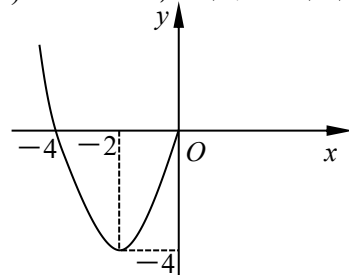


第 25 题图

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x \leq 0$  时,  $f(x) = ax^2 + bx$ , 图像如图所示. 求:

- (1)  $a, b$  的值;
- (2) 函数  $f(x)$  的解析式.

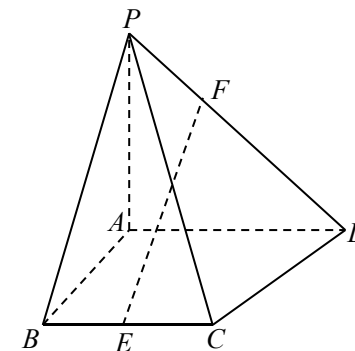


第 26 题图

27. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 经过点  $(\sqrt{2}, 2)$ , 且其离心率为  $\sqrt{5}$ .

- (1) 求双曲线的方程;
- (2) 已知双曲线的左, 右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 一条渐近线上有一点  $P$ , 满足  $PF_2$  恰好垂直于这条渐近线, 求  $\triangle PF_1F_2$  的面积.

28. 如图所示, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为直角梯形, 其中  $\angle BAD = 90^\circ, AD \parallel BC, AD = PA = 3, AB = BC = 2, PA \perp$  平面  $ABCD$ , 点  $E$  为  $BC$  中点, 点  $F$  在棱  $PD$  上, 且  $DF = 2PF$ .



第 28 题图

- (1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $PAB$ ;
- (2) 求直线  $EF$  与平面  $ABCD$  所成角的大小.

29. 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  的对边.

- (1) 若  $(a+c)(a-c) = b(b-c)$ , 求  $\angle A$  的大小;
- (2) 函数  $y = 2\sin^2 B + \sin(2B + \frac{\pi}{6}) - 1$  取最大值时, 求  $\angle B$  的大小.

30. 为了加强环保建设, 提高社会效益和经济效益, 某市计划用若干年更换 10 000 辆燃油型公交车, 每更换一辆新车, 则淘汰一辆旧车, 替换为电力型和混合动力型公交车. 今年初投入了电力型公交车 128 辆, 混合动力型公交车 400 辆, 计划以后电力型公交车每年的投入量比上一年增加 50%, 混合动力型公交车每年比上一年多投入  $a$  辆.

- (1) 求经过  $n$  年, 该市被更换的公交车总数  $S_n$ ;
- (2) 若该市计划 7 年内完成全部更换, 求  $a$  的最小值.