

2024 年山东省春季高考第三次模拟考试

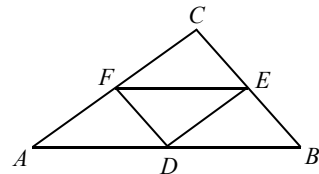
数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

卷一（选择题，共 60 分）

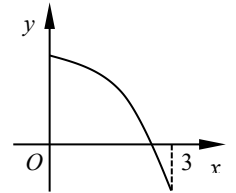
一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | -1 < x < 2\}$ ，则集合 A 的子集个数是（ ）。
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
2. 已知 l, m 是空间中两条直线，则“ l 与 m 相交”是“ l 与 m 共面”的（ ）。
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{-x^2+x+2}}$ 的定义域是（ ）。
A. $(0, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $[-1, 2]$ D. $(2, +\infty)$
4. 如图所示， D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC, CA 的中点，则下列等式中不成立的是（ ）。
A. $\overline{AD} + \overline{EC} = \overline{DE}$
B. $\overline{AD} + \overline{BE} = \overline{FC}$
C. $\overline{BD} - \overline{EC} = \overline{CF}$
D. $\overline{CE} - \overline{ED} = \overline{DC}$
5. 已知 α 是第二象限角，若 $\cos(3\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ ，则 $\tan \alpha$ 等于（ ）。
A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$
6. 已知点 $A(2, 1), B(-3, 2)$ ，则线段 AB 的垂直平分线 l 的方程为（ ）。
A. $x+5y-7=0$ B. $5x-y+8=0$ C. $5x+y+1=0$ D. $5x-y+4=0$
7. 函数 $f(x) = \begin{cases} x-4, & x \geq 2, \\ x^2-2x, & x < 2 \end{cases}$ 的最小值是（ ）。



第 4 题图

- A. -1 B. -2 C. -4 D. 0
8. 已知二项展开式 $(2x-3)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ ，则 a_3 等于（ ）。
A. -216 B. -108 C. -96 D. 216
9. 小李登录手机银行转账时，忘记了账户密码的前两位，只记得第一位是 G, H, F 中的一个字母，第二位是 6, 7, 8, 9 中的一个数字，则小李输入一次密码能够成功登录手机银行账户的概率是（ ）。
A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{42}$
10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$ ， $a_1 = -8$ ，若 a_1, a_3, a_4 成等比数列，则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 S_{10} 等于（ ）。
A. -10 B. 0 C. 10 D. 22
11. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2+x+1 > 0$ ；命题 q ：若向量 $a=(m, 2), b=(2, m)$ ，且 $a \parallel b$ ，则 $m=2$ 。下列命题为真命题的是（ ）。
A. $p \wedge q$ B. $\neg p \vee \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \vee q$
12. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 的部分图像如图所示，则下列函数在区间 $(-3, 0)$ 上与 $f(x)$ 的单调性相同的是（ ）。
A. $y=x^2$
B. $y=|x|$
C. $y=-x+2$
D. $y = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$
13. 4 名学生到 3 个小区参加志愿服务活动，每名学生只去 1 个小区，每个小区至少安排 1 名学生，则不同的安排方法种数是（ ）。
A. 36 B. 64 C. 72 D. 81
14. 已知函数 $f(x) = \log_3 x$ ，若 $f(x-1) \leq 2$ ，则 x 的取值范围为（ ）。
A. $(-\infty, 10)$ B. $(10, +\infty)$ C. $(1, 10)$ D. $(1, 10]$
15. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a \sin B = -b \sin 2A$ ，则角 A 的大小等于（ ）。
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
16. 不等式组 $\begin{cases} x+3y-4 \geq 0, \\ 3x+y-4 \leq 0, \\ x \geq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积等于（ ）。
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
17. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，有下列关系：
① $A_1D \parallel B_1C$ ；② $A_1D \perp AB$ ；③ $A_1D \perp$ 平面 BC_1D_1 ；④ 异面直线 A_1D 与 CD_1 所成角的大小为 45° 。
其中，正确的序号是（ ）。
A. ①② B. ①③ C. ①②④ D. ①②③



第 12 题图

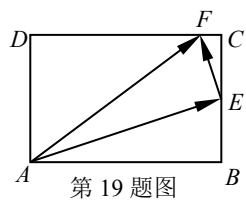
18. 圆心为(1, -2)且与直线 $3x-4y+14=0$ 相切的圆的方程为 ().

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ B. $(x-1)^2+(y+2)^2=5$

C. $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ D. $(x+1)^2+(y-2)^2=5$

19. 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=2$, 点 E 是边 BC 的中点, 点 F 在边 DC 上, 且 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$, 则 $\overline{AE} \cdot \overline{AF}$ 等于 ().

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 14



第19题图

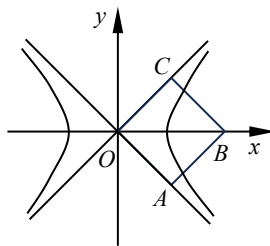
20. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的渐近线为正方形 $OABC$ 的边 OA, OC 所在的直线, 点 B 为该双曲线的焦点, 若正方形 $OABC$ 的边长为 2, 则该双曲线的标准方程为 ().

A. $x^2 - y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$



第20题图

27. (本小题 8 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$, $a_1=b_1=2$, $a_2+a_5=14$, $b_2b_4=a_8$. 求:

(1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) $b_1+b_3+b_5+\dots+b_{2n-1}$ 的值.

28. (本小题 8 分) 已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ ($|\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的图像过点 $(0, \sqrt{3})$.

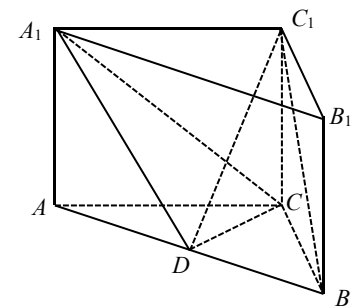
(1) 求该函数的最小值及取得最小值时 x 的集合;

(2) 若 $f(\alpha) \geq 1$, 求角 α 的取值集合.

29. (本小题 8 分) 如图所示, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC$, D 是 AB 的中点. 求证:

(1) $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD ;

(2) $A_1B_1 \perp$ 平面 C_1CD .



第29题图

30. (本小题 9 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>b>0$) 的短轴长为 4, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若直线 $y=kx-1$ ($k \neq 0$) 交椭圆于 A, B 两点, 且 A, B 在以 $N(0, 2)$ 为圆心的圆上, 求实数 k 的值.

卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

21. 已知 $\log_3 a=0$, $\left(\frac{1}{3}\right)^b=9$, 则 $a+b=$ _____ .

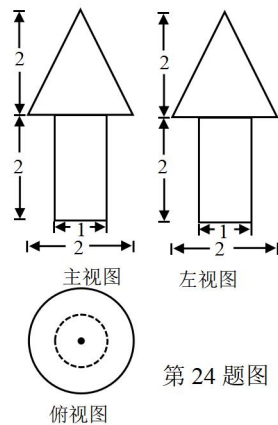
22. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____ .

23. 已知抛物线 $y^2=2px$ ($p>0$) 的焦点是椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点, 则 $p=$ _____ .

24. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 _____ .

25. 某校共有学生 3 000 名, 各年级男、女生人数如下表. 已知在全校学生中随机抽取 1 名, 抽到一年级男生的概率是 0.17, 现用分层抽样的方法在全校抽取 200 名学生, 则应抽取的二年级学生人数是 _____ .

	一年级	二年级	三年级
男生	x	y	543
女生	490	z	557



第24题图

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1-a, 0) \cup (0, 2a-5]$, 当 $x \in [1-a, 0)$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. 求:

(1) 函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 函数 $f(x)$ 的最大值和最小值.