

2024 年山东省春季高考第二次模拟考试

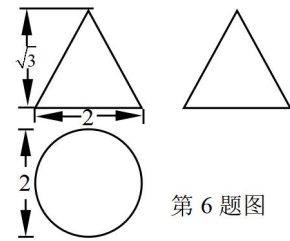
数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知集合 $M=\{1, 2, 3, 4\}$, $N=\{3, 5\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ().
A. $\{3\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 若 2, m , 8 成等比数列, 则实数 m 的值是 ().
A. 5 B. -5 或 5 C. 4 D. -4 或 4
3. 函数 $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, 则角 α 所在的象限可能是 ().
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 已知向量 $\mathbf{b} = -2\mathbf{a}$, $|\mathbf{a}| = 3$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 等于 ().
A. -6 B. 6 C. -18 D. 18
5. 已知直线 l 与直线 $x - y = 0$ 平行, 且在 y 轴上的截距是 -2, 则直线 l 的方程是 ().
A. $x - y + 2 = 0$ B. $x - 2y + 4 = 0$
C. $x - y - 2 = 0$ D. $x + 2y - 4 = 0$
6. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体可能是 ().
A. 三棱柱 B. 圆柱
C. 三棱锥 D. 圆锥
7. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 且该函数的图像经过点 $M(2, -5)$, 则下列等式恒成立的是 ().
A. $f(-5) = 2$ B. $f(-5) = -2$ C. $f(-2) = 5$ D. $f(-2) = -5$
8. 以点 $(-2, 4)$ 为圆心的圆, 若有一条直径的两端点分别在两坐标轴上, 则该圆的方程是 ().
A. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 10$ B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$
C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 10$ D. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 20$
9. 已知命题 p : 若 x 是自然数, 则 x 是整数, 则 $\neg p$ 是 ().
A. 若 x 不是自然数, 则 x 不是整数 B. 若 x 是自然数, 则 x 不是整数
C. 若 x 是整数, 则 x 是自然数 D. 若 x 不是整数, 则 x 不是自然数
10. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$, 则下列结论正确的是 ().



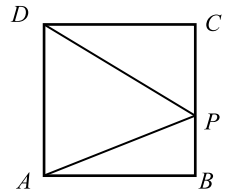
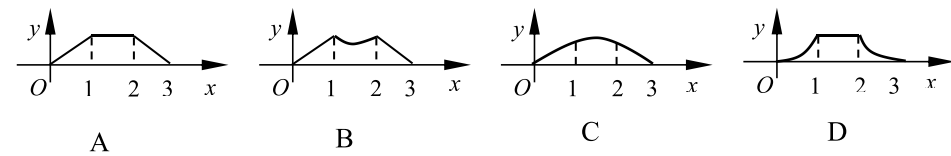
第 6 题图

- A. 函数 $f(x)$ 的最大值是 $\sqrt{3}$
- B. 函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增
- C. 该函数的最小正周期是 2π
- D. 该函数向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后图像关于原点对称

11. 已知点 M 在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上, 若点 M 到抛物线对称轴的距离是 4, 到准线的距离是 5, 则 p 的值是 ().

- A. 2 或 4 B. 4 或 6 C. 6 或 8 D. 2 或 8

12. 如图所示, 动点 P 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动, x 表示动点 P 由 A 点出发所经过的路程, y 表示 $\triangle APD$ 的面积, 则函数 $y = f(x)$ 的大致图像是 ().

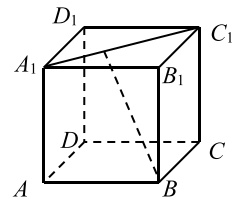


第 12 题图

13. 已知函数 $f(x) = 2x^2 - mx + 1$ 在区间 $[-1, +\infty)$ 上单调递增, 则 $f(1)$ 的取值范围是 ().
A. $[7, +\infty)$ B. $(7, +\infty)$
C. $(-\infty, 7]$ D. $(-\infty, 7)$

14. 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 为 A_1C_1 上的动点, 则下列直线中, 始终与直线 BP 异面的是 ().

- A. DD_1 B. AC
C. AD_1 D. B_1C



15. 三位男同学和两位女同学随机站成一列, 则两位女同学相邻的概率是 ().
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

16. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 若集合 $M = \{1, a\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则“ $a = 0$ ”是“ $M \subseteq N$ ”的 ().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

17. 甲乙两名歌手参加选拔赛, 5 位评委评分情况如下:

甲: 77, 76, 88, 90, 94; 乙: 75, 88, 86, 88, 93,

记甲、乙两人的平均得分分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 则下列判断正确的是 ().

- A. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, 甲比乙成绩稳定
B. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, 乙比甲成绩稳定
C. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, 甲比乙成绩稳定
D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, 乙比甲成绩稳定

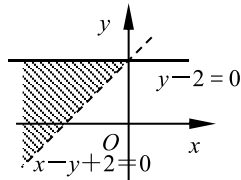
18. 下列约束条件中，可以表示如图所示区域（阴影部分）的是（ ）.

A. $\begin{cases} y-2 \geq 0, \\ x-y+2 < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y-2 \leq 0, \\ x-y+2 < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y-2 \geq 0, \\ x-y+2 > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y-2 \leq 0, \\ x-y+2 > 0 \end{cases}$



第 18 题图

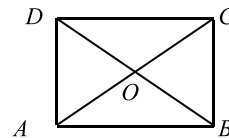
19. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中， O 为 AC 与 BD 的交点，则 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD}$ 等于（ ）.

A. \overrightarrow{AB}

B. \overrightarrow{AC}

C. \overrightarrow{AD}

D. \overrightarrow{BD}



第 19 题图

20. 某校一年级有四个班，4 位老师各教一个班的数学，在该年级某次数学考试中，要求每位数学老师均不在本班监考，则不同的监考安排方法种数是（ ）.

A. 8

B. 9

C. 12

D. 24

卷二（非选择题，共 60 分）

二、填空题：本大题 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分. 请将答案填在答题卡相应题号的横线上.

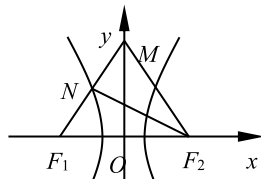
21. 计算： $\lg 1 + \log_2 2 =$ _____ .

22. 已知圆柱的底面半径为 4，侧面面积为 16π ，则该圆柱的母线长等于 _____ .

23. 已知二项式 $(\sqrt{x} - 5x)^n$ 的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等， $n =$ _____ .

24. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ，且 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，那么 $\frac{\sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha} =$ _____ .

25. 如图所示，已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦点分别是 F_1, F_2 ， $\triangle MF_1F_2$ 是等边三角形，若 MF_1 的中点 N 在双曲线上，则双曲线的离心率等于 _____ .



第 25 题图

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知 $f(x)$ 是二次函数，且 $f(1)=4, f(0)=1, f(3)=4$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $x \in [-1, 5]$ ，求函数 $f(x)$ 的最小值和最大值.

27. (本小题 8 分) 已知数列 $\{a_n\}$ ， $a_1=13, a_{n+1}=a_n-4$. 求:

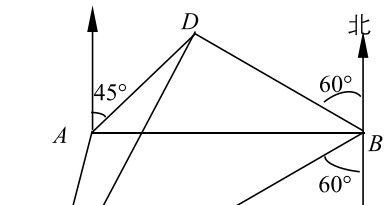
(1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最大值.

28. (本小题 8 分) 如图所示， A, B 是海面上位于东西方向的两个观测点， $AB=5(3+\sqrt{3})$ 海里， D 点位于 A 观测点北偏东 45° ，且 B 观测点北偏西 60° 的位置， C 点位于 B 观测点南偏西 60° ，且 $BC=20\sqrt{3}$ 海里. 现 D 点有一艘轮船发出求救信号， C 点处的救援船立即前往营救，其航行速度为 30 海里/时. 求:

(1) DB 的距离;

(2) 该救援船到达 D 点所需要的时间.

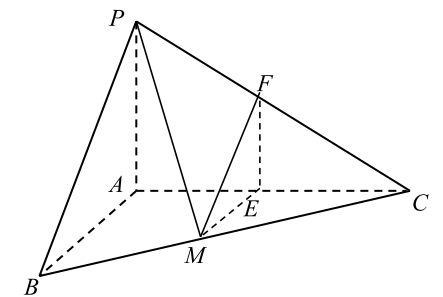


第 28 题图

29. (本小题 8 分) 已知三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $AB \perp AC$ ，过点 M 分别作平行于平面 PAB 的直线交 AC, PC 于点 E, F .

(1) 求证： $EF \parallel$ 平面 PAB ;

(2) 若 M 为 BC 的中点， $PA=AB=3, AC=4$ ，求直线 PM 与平面 ABC 所成角的正切值.



第 29 题图

30. (本小题 9 分) 已知椭圆的焦点分别是 $F_1(\sqrt{3}, 0), F_2(-\sqrt{3}, 0)$ ，点 M 在椭圆上，且 $|MF_1| + |MF_2| = 4$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若直线 $y=kx+\sqrt{2}$ 与椭圆交于 A, B 两点，且 $OA \perp OB$ ，求实数 k 的值.