

威海市 2024—2025 年度高二期末考试

数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知  $\alpha$  是第二象限角，且  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ，则  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$  等于( )。
 

A.  $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$       D.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}$
2. 已知  $\tan\alpha, \tan\beta$  是方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根，则  $\tan(\alpha + \beta)$  的值是( )。
 

A. -1      B. 1      C.  $\sqrt{3}$       D. 2
3. 计算  $(\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12})(\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12})$  的值是( )。
 

A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 计算函数  $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$  的值域为( )。
 

A.  $[-2, 2]$       B.  $[-1, 2]$       C.  $[-1, 1]$       D.  $[0, 2]$
5. 在  $\triangle ABC$  中，若  $a = 14, b = 7\sqrt{6}, B = 60^\circ$ ，则角  $C$  的值是( )。
 

A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $75^\circ$       D.  $105^\circ$
6. 在数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = -1, a_2 = 0, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ，则  $a_5$  等于( )。
 

A. 0      B. -1      C. -2      D. -3
7. 在已知  $a$  是 1, 2 的等差中项， $b$  是 -1, -16 的等比中项，则  $ab$  的值是( )。
 

A. -6      B. 6      C.  $\pm 6$       D.  $\pm 12$
8. 在 3 和 81 之间插入两个数  $a, b$ ，使 3,  $a, b, 81$  四个数成等比数列，则  $a + b$  的值是( )。
 

A. 33      B. 34      C. 35      D. 36

9. 记等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_7 = 14$ ，则  $a_4$  的值是( )。

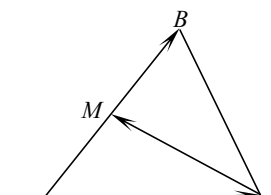
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

10. 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q = 3$ ，前  $n$  项和为  $S_n$ ，则  $\frac{S_4}{a_2}$  等于( )。

- A. 2      B. 4      C.  $\frac{17}{2}$       D.  $\frac{40}{3}$

11. 如图所示， $M$  是线段  $OB$  的中点，设向量  $\vec{OA} = \mathbf{a}, \vec{OB} = \mathbf{b}$ ，则  $\vec{AM}$  可以表示为( )。

- A.  $\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$       B.  $\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$       C.  $-\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$       D.  $-\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$



第 11 题图

12. 已知向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  的模分别是  $|\mathbf{a}| = 3, |\mathbf{b}| = 4$ ，且  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{2\pi}{3}$ ，则  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b})$  的值是( )。

- A. 15      B. 12      C. -12      D. -15

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2), \mathbf{b} = (-2, x)$ ，若  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel (\mathbf{a} - \mathbf{b})$ ，则实数  $x$  等于( )。

- A. -8      B. -4      C. -1      D. 4

14. 已知点  $A(1, 2), B(2, 3), C(2, 1)$ ，则  $\triangle ABC$  的中线  $AD$  的长度是( )。

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D. 3

15. 关于  $x, y$  的方程  $x^2 + my^2 = 1$ ，给出下列命题：

- ①当  $m < 0$  时，方程表示双曲线；②当  $m = 0$  时，方程表示抛物线；③当  $0 < m < 1$  时，方程表示椭圆；④当  $m = 1$  时，方程表示等轴双曲线；⑤当  $m > 1$  时，方程表示椭圆。其中，真命题的个数是( )。

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

16. 椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  在  $y$  轴正半轴上的顶点  $B$  与两个焦点  $F_1, F_2$  所围成的三角形的周长是( )。

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 6

17. 已知双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的右焦点坐标为  $(\sqrt{13}, 0)$ ，则该双曲线的渐近线的方程是( )。

- A.  $y = \pm \frac{2}{3}x$       B.  $y = \pm \frac{3}{2}x$       C.  $y = \pm \frac{9}{4}x$       D.  $y = \pm \frac{4}{9}x$



18. 若双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{m} = 1$  ( $m > 0$ ) 的离心率为  $\frac{3}{2}$ , 则椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$  的离心率等于( ).

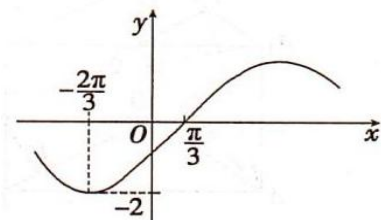
- A.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

19. 已知  $F_1$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点, 点  $P$  在双曲线上, 直线  $PF_1$  与  $x$  轴垂直, 且  $|PF_1| = a$ , 则双曲线的离心率等于( ).

- A. 3      B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{2}$

20. 函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图像如图所示, 则下列说法正确的是( ).

- A. 该函数为偶函数  
B. 该函数的最大值为 1  
C. 该函数的最小正周期为  $4\pi$   
D.  $\varphi$  的值是  $-\frac{\pi}{3}$



第 20 题图

## 卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 请将答案填在答题卡相应题号的横线上.

21. 已知  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $b=2, A=60^\circ$ , 则  $a=$ \_\_\_\_\_.
22. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_5 + a_7 = 2, a_6 + a_8 = -2$ , 则  $S_n$  的最大值是\_\_\_\_\_.
23. 若抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 上一点  $M(2, y_0)$  到其准线的距离为 4, 则  $p$  的值是\_\_\_\_\_.
24. 已知  $A(2, 1), B(-1, 5)$ , 则向量  $\overrightarrow{AB}$  的单位向量的坐标是\_\_\_\_\_.
25. 已知椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点分别是  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在椭圆上, 若  $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ , 则  $\triangle F_1PF_2$  的面积等于\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 8 分) 已知  $|a|=1, |b|=2$ .

- (1) 若  $a \parallel b$ , 求  $a \cdot b$ ;  
(2) 若  $a, b$  的夹角为  $60^\circ$ , 求  $|a+b|$ ;  
(3) 若  $a-b$  与  $a$  垂直, 求  $a$  与  $b$  的夹角.

27. (本小题 8 分) 已知等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数, 首项  $a_1=2$ , 前三项和  $S_3=14$ . 求:

- (1) 数列  $\{a_n\}$  的通项公式;  
(2) 设  $b_n = \log_2 a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前 20 项和  $T_{20}$ .

28. (本小题 8 分) 已知  $\vec{a} = (-1, \sqrt{3}), \vec{b} = (\cos 2x, \sin 2x)$ , 若函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 求:

- (1) 函数的最小正周期  $T$  及函数的最大值;  
(2) 函数  $f(x)$  的单调区间.

29. (本小题 8 分) 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 过点  $(0, 4)$ , 离心率为  $\frac{3}{5}$ .

- (1) 求椭圆的方程;  
(2) 求过点  $(3, 0)$  且斜率为  $\frac{4}{5}$  的直线被椭圆所截线段的中点坐标.

30. (本小题 8 分) 已知直线  $y=2x+k$  被抛物线  $x^2=4y$  截得的弦长  $|AB|=20$ ,  $O$  为坐标原点.

- (1) 求实数  $k$  的值;  
(2) 问点  $C$  位于抛物线弧  $AOB$  上何处时,  $\triangle ABC$  面积最大.