

新泰市 2024-2025 学年度第一学期高二期末考试

数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

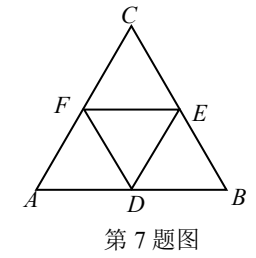
卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知集合 $A = \{0, a^2\}$, $B = \{1, a+1, a-1\}$, 则“ $a=1$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的().
 - A. 必要不充分条件
 - B. 充分不必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
2. 设 α, β 为两个平面, 则 $\alpha // \beta$ 的充要条件是().
 - A. α 内有无数条直线与 β 平行
 - B. α 内有两条相交直线与 β 平行
 - C. α, β 平行于同一条直线
 - D. 以上答案都不对
3. 复数 $4-2i$ 的共轭复数为().
 - A. $-4+2i$
 - B. $4+2i$
 - C. $-4-2i$
 - D. $4-2i$
4. 在复平面内, 复数 z 对应的点的坐标为 $(1, 1)$, 则 $z \cdot i$ 等于().
 - A. $1+i$
 - B. $1-i$
 - C. $-1-i$
 - D. $-1+i$
5. 已知实系数一元二次方程 $2x^2+bx+c=0$ 的一个根是 $1-2i$, 则 c 的值为().
 - A. -10
 - B. 10
 - C. -3
 - D. 3
6. 给出下列命题:
 - ① $|\overline{BA}| = |\overline{AB}|$;
 - ② 向量 a 与向量 b 的方向相同或相反, 则 $a // b$;
 - ③ 若 a, b 都是单位向量, 则 $a = b$;
 - ④ 方向为南偏西 60° 的向量与方向为北偏东 60° 的向量是共线向量;
 其中, 真命题的序号是().
 - A. ①②
 - B. ①④
 - C. ①②④
 - D. ①②③④

7. 如图所示, $\triangle ABC$ 的边长均为 1, D, E, F 分别是 AB, BC, AC 的中点, 则下列运算结果为单位向量的是().

- A. $\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{DF}$
- B. $\overline{AD} + \overline{DE}$
- C. $\overline{AD} - \overline{DE} + \overline{DF}$
- D. $\overline{AD} - \overline{DE}$



第 7 题图

8. 已知 $A(3, -2)$, $B(-6, 1)$, 且 $\overline{AM} = \frac{2}{3}\overline{AB}$, 则点 M 的坐标是().

- A. $(-3, 1)$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(0, -1)$
- D. $(-3, 0)$

9. 如果向量 a, b 满足 $|a|=4, |b|=1$, 且 $a \cdot b = -2$, 则 $\langle a, b \rangle$ 的值是().

- A. 30°
- B. 60°
- C. 120°
- D. 150°

10. 已知椭圆的长轴长为 10, 焦距为 6, 则该椭圆的短轴长等于().

- A. 3
- B. 6
- C. 8
- D. 12

11. 已知抛物线的顶点在坐标原点, 对称轴为坐标轴, 若抛物线经过点 $M(-3, -6)$, 则其标准方程是().

- A. $y^2 = -12x$
- B. $y^2 = -12x$ 或 $x^2 = -\frac{3}{2}y$
- C. $x^2 = -\frac{3}{2}y$
- D. $y^2 = 12x$ 或 $x^2 = \frac{3}{2}y$

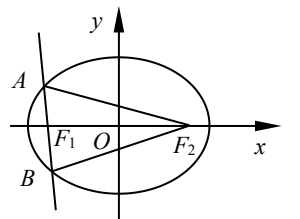
12. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的虚轴长为 4, 焦距为 $2\sqrt{5}$, 则双曲线的渐近线方程是().

- A. $y = \pm 2x$
- B. $y = \pm \sqrt{2}x$
- C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
- D. $y = \pm \frac{1}{2}x$

13. 如图所示, 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_1 的直线 AB 交椭圆于 A, B 两点, 则 $\triangle ABF_2$

的周长等于().

- A. 24
- B. 20
- C. 16
- D. 12



第 13 题图

14. 关于 x, y 的方程 $x^2 + my^2 = 1$, 下列说法正确的是().

- A. 当 $m < 0$ 时, 方程表示双曲线
- B. 当 $m = 0$ 时, 方程表示抛物线;
- C. 当 $m > 0$ 时, 方程表示椭圆
- D. 当 $m = 1$ 时, 方程表示等轴双曲线;

15. 已知圆锥曲线 $x^2 + my^2 = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则实数 m 的值是().



- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

16. 方程 $\frac{x^2}{2k-1} + \frac{y^2}{k+3} = 1$ 表示椭圆的充要条件是().

- A. $k > \frac{1}{2}$ 且 $k \neq 4$ B. $k > -3$ C. $k > \frac{1}{2}$ D. $-3 < k < \frac{1}{2}$

17. “ $x > 1$ ”是“ $x > 3$ ”的().

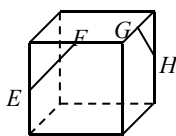
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

18. 已知椭圆过点(5, 0), 且与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 有相同的焦点, 则椭圆的标准方程是().

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ D. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{9} = 1$

19. 如图所示, 点 E, F, G, H 分别是正方体四条棱的中点, 则直线 EF 与 GH 的位置关系是().

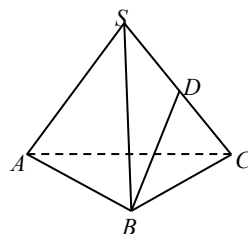
- A. 平行 B. 相交
C. 异面 D. 重合



第19题图

20. 如图所示, 正三棱锥 $S-ABC$ 的棱长都是 2, D 是 SC 的中点, 有以下结论:

- ① $SA \parallel BD$; ② $AB \perp SC$;
③ SC 与平面 ABC 所成的角为 60° ;
④ 正三棱锥 $S-ABC$ 的体积是 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



第20题图

其中结论正确的是().

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ②④

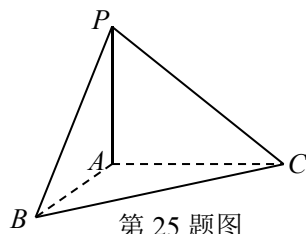
卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每个小题 4 分, 共 20 分.

21. 在复平面中, 向量 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} 对应的复数分别为 $1+2i$, $3-2i$, 则向量 \overrightarrow{AB} 对应的复数为_____.

22. “ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的_____条件.

23. 抛物线 $y = \frac{x^2}{8}$ 的准线方程是_____.



第25题图

24. 关于椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, 有下列说法: ①焦点在 x 轴上, 其坐标为 $(\pm 4, 0)$; ②若椭圆上的点 P 到一个焦点

的距离为 6, 则 P 到另一个焦点的距离为 4; ③长轴长为 5, 短轴长为 3, 焦距为 8; ④ $a=5, b=3, c=4$;

⑤离心率 $e = \frac{3}{5}$. 其中, 说法正确的序号是_____.

25. 如图所示, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABC, AB=AC=5, BC=8, PA=4$, 则点 P 到 BC 的距离等于_____.

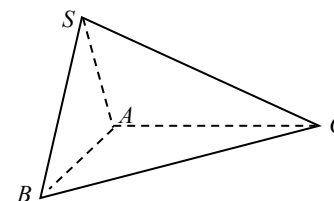
三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知向量 $a, b, |a|=2, |b|=3, \langle a, b \rangle = \frac{2\pi}{3}$. 求:

(1) $|a+b|$;

(2) $(a+b) \cdot (2a-3b)$.

27. (本小题 8 分) 如图所示, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 平面 $SAB \perp$ 平面 $ABC, \triangle SAB$ 的边长都是 2, $SC=4$. 求直线 SC 与平面 ABC 所成角的正弦值.



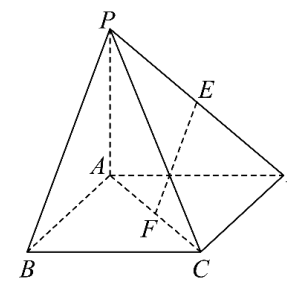
第27题图

28. (本小题 8 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$, 求椭圆上的点到直线 $l: x+y-7=0$ 的最大和最小距离.

29. (本小题 8 分) 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD, E$ 是 PD 的中点, F 是 AC 的中点. 求证:

(1) $EF \parallel$ 平面 PAB ;

(2) $BD \perp$ 平面 PAC .



第29题图

30. (本小题 9 分) 已知抛物线的顶点是坐标原点 O , 焦点 F 在 x 轴的正半轴上, Q 是抛物线上的点, 点 Q 到焦点 F 的距离是 1, 且到 y 轴的距离是 $\frac{3}{8}$.

(1) 求抛物线的标准方程;

(2) 若直线 l 经过点 $M(3, 1)$, 与抛物线交于 A, B 两点, 且 $OA \perp OB$, 求直线 l 的方程.