

2023-2024 学年度潍坊市高一下学期学业考试

数学试题

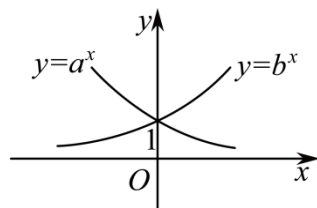
1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分. 满分 120 分, 考试时间 120 分钟.
2. 本次考试允许使用函数型计算器, 凡使用计算器的题目, 除题目有具体要求外, 最后结果精确到 0.01.

卷一（选择题, 共 60 分）

一、选择题: 本大题共 20 个小题, 每小题 3 分, 共 60 分. 在每小题列出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请将符合题目要求的选项字母代号选出.

1. 指数函数  $y = a^x$  与  $y = b^x$  的图象如图所示, 则 ( )

- A.  $a < 0, b > 0$
- B.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$
- C.  $0 < a < 1, b > 1$
- D.  $a > 1, 0 < b < 1$



2. 函数  $f(x) = \lg(1-x) + \sqrt{x}$  的定义域是 ( )

- A.  $[0, 1)$
- B.  $(1, +\infty)$
- C.  $(0, +\infty)$
- D.  $(0, 1)$

3. 计算  $\log_2 25 \times \log_3 4 \times \log_5 9 =$  ( )

- A. 8
- B. 6
- C. 4
- D. 2

4. 若  $A(-4, 2), B(6, -4), C(12, 6), D(2, 12)$ , 下面四个结论正确的个数是 ( )

- ①  $AB \parallel CD$ ;
- ②  $AB \perp AD$ ;
- ③  $|AC| = |BD|$ ;
- ④  $AC \perp BD$ .

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

5. 过点  $P(-2, 1)$  且倾斜角为  $0^\circ$  的直线方程为 ( )

- A.  $y = 1$
- B.  $x = -2$
- C.  $y = -2$
- D.  $x = 1$

6. 过两点  $A(3, -5), B(-5, 5)$  的直线在  $y$  轴上的截距为 ( )

- A.  $-\frac{5}{4}$
- B.  $\frac{5}{4}$
- C.  $-\frac{2}{5}$
- D.  $\frac{2}{5}$

7. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 25$ , 则圆  $C$  关于点  $(-3, 4)$  对称的圆的方程为 ( )

- A.  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$
- B.  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
- C.  $(x+6)^2 + (y-8)^2 = 16$
- D.  $(x+6)^2 + (y-8)^2 = 25$

8. 圆  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  上的点到直线  $3x - 4y + 9 = 0$  距离的最小值为 ( )

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 5

9. 若直线  $x - y + 3 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x + 2 - a = 0$  相切, 则  $a =$  ( )

- A. 9
- B. 8
- C. 7
- D. 6

10. 过点  $(0, -1)$  的直线中, 被圆  $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$  截得的弦最长的直线的方程是 ( )

- A.  $3x - 2y - 2 = 0$
- B.  $3x + 2y - 2 = 0$
- C.  $3x - 2y + 2 = 0$
- D.  $3x + 2y + 2 = 0$

11. 下列说法中正确的是 ( )

- A. 存在只有 4 个面的棱柱
- B. 棱柱的侧面都是四边形
- C. 正三棱锥的所有棱长都相等
- D. 所有几何体的表面都能展开成平面图形

12. 已知圆锥的底面半径为 4, 其侧面展开图为一个四分之一圆, 则该圆锥的母线长为 ( )

- A. 12
- B. 14
- C. 16
- D. 18

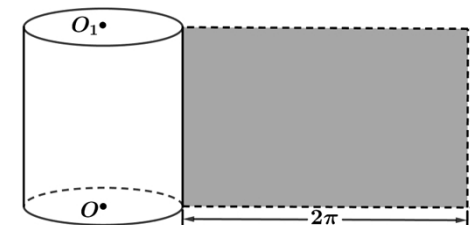
13. 底面水平放置的正三棱柱的所有棱长均为 2, 当其主视图有最大面积时, 其左视图的面积为 ( )

- A.  $2\sqrt{3}$
- B. 3
- C.  $\sqrt{3}$
- D. 4

14. 已知圆柱  $OO_1$  及其展开图如图所示,

则其体积为 ( )

- A.  $\pi$
- B.  $2\pi$
- C.  $3\pi$
- D.  $4\pi$



15. 若棱长为  $2\sqrt{2}$  的正方体的顶点都在同一球面上, 则该球的表面积为 ( )

- A.  $12\pi$
- B.  $24\pi$
- C.  $36\pi$
- D.  $144\pi$

16. 下列事件是随机事件的是 ( )

- ① 连续两次掷一枚硬币, 两次都出现正面向上;
- ② 异性电荷相互吸引;
- ③ 在标准大气压下, 水在  $100^\circ\text{C}$  时结冰;
- ④ 任意掷一枚均匀的骰子, 朝上的点数是偶数.

- A. ①②
- B. ②③
- C. ③④
- D. ①④

17. 现有一个容量为 50 的样本, 其数据的频数分布表如下表所示:

组号	1	2	3	4	5
频数	8	11	10	$x$	9

则第 4 组的频数和频率分别是 ( )

- A. 12, 0.06
- B. 12, 0.24
- C. 18, 0.09
- D. 18, 0.36

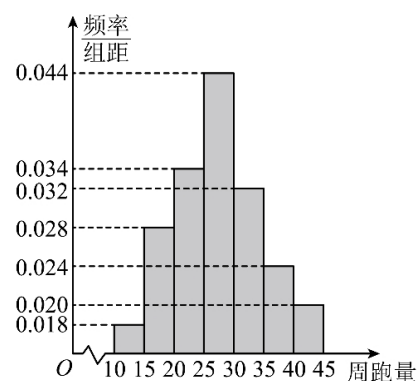
18. 某校一年级有 420 名学生, 现采用系统抽样方法抽取 42 人做问卷调查, 将 420 人按 1, 2, ..., 420 随机编号, 则抽取的 42 人中, 若第一组用简单随机抽样的方法抽取的编号为 6, 则下列编号中能被抽上的编号是 ( )

- A. 68                      B. 160                      C. 236                      D. 322

19. 某校为了增强师生的国家安全意识, 在第九个全民国家安全教育日 (2024 年 4 月 15 日) 组织全校师生参加国家安全知识竞赛, 用分层随机抽样按比例在教师组和学生组中共设一等奖 60 名. 已知该校师生共 4000 人, 其中教师 200 人, 则一等奖中学生人数为 ( )

- A. 56                      B. 57                      C. 58                      D. 59

20. 某校为调查学生跑步锻炼的情况, 从该校 3000 名学生中随机抽取 300 名学生, 并统计这 300 名学生平均每周的跑步量 (简称“周跑量”, 单位:  $km/周$ ), 得到如图所示的频率分布直方图.



称周跑量不少于  $35km/周$  的学生为“跑步达人”, 用频率分布直方图估计这 3000 名学生中“跑步达人”的人数为 ( )

- A. 66                      B. 132                      C. 660                      D. 720

## 卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

21. 已知函数  $f(x) = a^x + 1$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的图象过定点, 则该定点的坐标是\_\_\_\_\_.

22. 若直线  $l_1: 3x + y + m = 0$  与直线  $l_2: mx - y - 7 = 0$  平行, 则直线  $l_1$  与  $l_2$  之间的距离为\_\_\_\_\_.

23. 若球的大圆的面积为  $\pi$ , 则该球的体积为\_\_\_\_\_.

24. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作, 第十一卷中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥. 若一个直角圆锥的侧面积为  $9\sqrt{2}\pi$ , 则该圆锥的体积为\_\_\_\_\_.

25. 已知样本数据 1, 2, 3, 4,  $a$  的平均数是 3, 则数据 2, 4, 6, 8,  $2a$  的方差是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (7 分) (1) 计算:  $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^2} + \log_{27}\frac{1}{81}$ ;

(2) 已知  $\log_2[\log_3(\log_4 x)] = 0$ , 求  $x$  的值.

27. (8 分) 已知某圆柱底面半径和母线长都是 3.

- (1) 求该圆柱的表面积和体积;  
(2) 若圆锥与该圆柱底面半径、高都相等, 求圆锥的侧面积.

28. (8 分) 已知直线  $l$  过点  $P(\sqrt{3}, -1)$ , 且其倾斜角是直线  $y = -\sqrt{3}x + 1$  的倾斜角的  $\frac{1}{2}$ .

- (1) 求直线  $l$  的方程;  
(2) 若直线  $m$  与直线  $l$  平行, 且点  $P$  到直线  $m$  的距离是 3, 求直线  $m$  的方程.

29. (8 分) 已知圆  $M$  过点  $A(-1, 2)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(3, 2)$ .

- (1) 求圆  $M$  的方程;  
(2) 若直线  $l: 3x + 4y - b = 0$  与圆  $M$  相交所得的弦长为  $2\sqrt{3}$ , 求  $b$  的值.

30. (9 分) 已知圆  $C$  经过点  $A(4, 0)$ , 且与直线  $x - y + 2 = 0$  相切于点  $B(-2, 0)$ .

- (1) 求圆  $C$  的方程;  
(2) 设直线  $l: y = x + 1$  与圆  $C$  相交于点  $M, N$ , 求  $|MN|$ .