

2023-2024 学年度潍坊市二年级下学期学业考试

数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

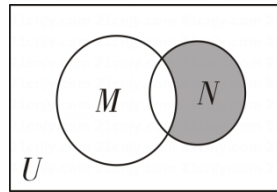
1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，集合  $A = \{2, 4\}$ ， $B = \{3, 5\}$ ，则  $C_U(A \cup B) = ( \quad )$

- A.  $\{3\}$                       B.  $\{1, 6\}$                       C.  $\{6\}$                       D.  $\emptyset$

2. 全集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，

集合  $M = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $N = \{3, 4, 5\}$ ，

$U, M, N$  的关系如图所示，则图中阴影部分表示的集合为 ( )



- A.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$                       B.  $\{4, 5\}$   
C.  $\{3\}$                                   D.  $\emptyset$

3. 下列命题为真命题的是 ( )

- A. 若  $a > b$ ，则  $a^2 > b^2$                       B. 若  $a > b$ ，则  $ac > bc$   
C. 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $a + c > b + d$                       D. 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $ac > bd$

4. 已知集合  $A = \{x | x^2 - x \geq 0\}$ ， $B = \{x | x < a\}$ ，且  $A \cup B = \mathbf{R}$ ，则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a > 0$                       B.  $a \geq 0$                       C.  $a > 1$                       D.  $a \geq 1$

5. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$  的定义域为 ( )

- A.  $(1, +\infty)$                       B.  $[1, +\infty)$   
C.  $[1, 2)$                                   D.  $[1, 2) \cup (2, +\infty)$

6. 下列函数中与函数  $y = x$  表示同一个函数的是 ( )

- A.  $y = |x|$                       B.  $y = \frac{x^2}{x}$                       C.  $y = (\sqrt{x})^2$                       D.  $y = (\sqrt[3]{x})^3$

7. 下列函数中，是奇函数且在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的是 ( )

- A.  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$                       B.  $f(x) = x^2$                       C.  $f(x) = \frac{1}{x}$                       D.  $f(x) = x^3$

8. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(x, -3)$ ，且  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ，则  $\cos \alpha = ( \quad )$

- A.  $\pm \frac{3}{5}$                       B.  $\pm \frac{4}{5}$                       C.  $-\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{4}{5}$

9. 已知  $\sin \theta < 0$ ， $\tan \theta > 0$ ，则  $\sqrt{1 - \sin^2 \theta}$  的化简结果为 ( )

- A.  $\cos \theta$                       B.  $-\cos \theta$                       C.  $\pm \cos \theta$                       D. 以上都不对

10. 已知  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ， $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\sin \beta = \frac{12}{13}$ ，则  $\cos(\alpha + \beta) = ( \quad )$

- A.  $-\frac{63}{65}$                       B.  $-\frac{33}{65}$                       C.  $\frac{33}{65}$                       D.  $\frac{63}{65}$

11. 已知  $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{2}$ ，则  $\sin 2\alpha$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                                   B.  $-\frac{1}{2}$                                   C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                                   D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 下列函数中，周期为 1 的奇函数是 ( )

- A.  $y = \sin \pi x$                                   B.  $y = \sin(2\pi x + \frac{\pi}{2})$   
C.  $y = \sin \pi x \cos \pi x$                                   D.  $y = \tan \frac{\pi}{2} x$

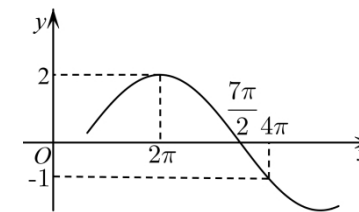
13. 为了得到  $y = \sin(5x - \frac{\pi}{3})$  的图象，只要将函数  $y = \sin 5x$  的图象 ( )

- A. 向右平移  $\frac{\pi}{15}$  个单位长度                      B. 向左平移  $\frac{\pi}{15}$  个单位长度  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度                      D. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度

14. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \pi$ ) 的部分图象如图所示，

则下列结论错误的是 ( )。

- A. 频率为  $\frac{1}{6}$                       B. 周期为  $6\pi$   
C. 振幅为 2                      D. 初相为  $-\frac{\pi}{6}$



15. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\sin B = 2 \sin(B + C) \cos C$ ，那么  $\triangle ABC$  一定是 ( )

- A. 等腰直角三角形                      B. 等腰三角形  
C. 直角三角形                      D. 等边三角形

16. 已知某数列为  $-2, \frac{3}{4}, -\frac{4}{9}, \frac{5}{16}, -\frac{6}{25}, \dots$ , 按照这个规律, 则该数列的第 10 项是 ( )

- A.  $-\frac{10}{81}$       B.  $\frac{10}{81}$       C.  $-\frac{11}{100}$       D.  $\frac{11}{100}$

17. 已知数列  $-1, a, b, -4$  为等差数列,  $-1, c, -4$  为等比数列, 则  $\frac{a+b}{c^2}$  的值是 ( )

- A. 1      B. 2      C.  $-\frac{5}{2}$  或  $\frac{5}{2}$       D.  $-\frac{5}{4}$

18. 我国古代数学论著中有如下叙述: “远望巍巍塔七层, 红光点点倍加增, 共灯二百五十四”. 意思如下: 一座 7 层塔共挂了 254 盏灯, 且相邻两层的下一层所挂灯数是上一层所挂灯数的 2 倍. 下列结论不正确的是 ( )

- A. 底层塔共挂了 128 盏灯  
B. 顶层塔共挂了 2 盏灯  
C. 最下面 3 层塔所挂灯的总盏数比最上面 3 层塔所挂灯的总盏数多 200  
D. 最下面 3 层塔所挂灯的总盏数是最上面 3 层塔所挂灯的总盏数的 16 倍

19. 某学校音乐社团为庆祝学校百年华诞将举办歌曲展演, 要从 4 首独唱歌曲和 2 首合唱歌曲中选出 4 首歌曲安排演出, 若最后一首歌曲必须是合唱歌曲, 则不同的安排方法种数为 ( )

- A. 96      B. 120      C. 240      D. 360

20. 二项式  $(x^2 - \frac{1}{x})^6$  的展开式中的常数项是 ( )

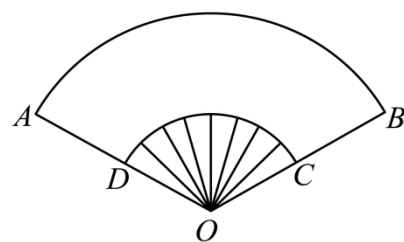
- A. -15      B. 15      C. 20      D. -20

## 卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

21. 如图折扇的示意图, 已知  $D$  为  $OA$  中点,  $OA=4$ ,  $\angle AOB = \frac{3\pi}{4}$ ,

扇环 ( $ABCD$ ) 部分的面积是 \_\_\_\_\_.



22. 锐角  $\theta$  满足  $\tan\theta = 2\sin 2\theta$ , 则  $\cos 2\theta =$  \_\_\_\_\_.

23. 某校新建一个报告厅, 要求容纳 800 个座位, 第一排 21 个座位, 从第 2 排起后一排都比前一排多两个座位, 那么这个报告厅共有 \_\_\_\_\_ 排座位.

24. 从甲、乙等 6 名志愿者中随机选 3 名参加社区服务工作, 则甲、乙都入选的概率为 \_\_\_\_\_.

25. 已知  $(2x-1)^{2024} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2024}x^{2024}$ , 则  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知集合  $A = \{x | 2a < x < a + 1\}$ ,  $B = \{x | -4 < x < 2\}$ .

- (1) 若  $a = -3$ , 求  $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ ;      (2) 若  $A \subseteq B$ , 求  $a$  的取值范围.

27. (本小题 8 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_2, a_5$  是一元二次方程  $x^2 - 19x + 70 = 0$  的两个根. 求:

- (1)  $a_2$  和  $a_5$  的值;      (2)  $\{a_n\}$  的通项公式.

28. (本小题 8 分) 已知  $\sin\alpha = 3\cos\alpha$ . 求:

- (1)  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$  的值;      (2)  $\sin 2\alpha - \sin^2(\frac{\pi}{2} - \alpha)$  的值.

29. (本小题 8 分) 设函数  $f(x) = \sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x + m$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期和单调递增区间;  
(2) 当  $x \in \mathbb{R}$  时,  $f(x)$  的最小值为 1, 求函数  $f(x)$  的最大值及对应的  $x$  的值.

30. (本小题 9 分) 已知  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $A, B, C$  成等差数列, 且  $b = \sqrt{2}a \sin B$ .

- (1) 求内角  $C$  的值;      (2) 若  $b = 2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

