

## 数学试题

1. 本试卷分卷一（选择题）和卷二（非选择题）两部分。满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 本次考试允许使用函数型计算器，凡使用计算器的题目，除题目有具体要求外，最后结果精确到 0.01。

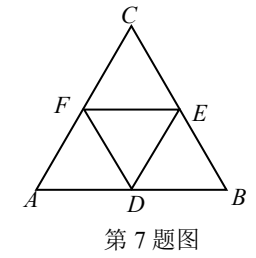
### 卷一（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 20 个小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将符合题目要求的选项字母代号选出。

1. 已知集合  $A = \{0, a^2\}$ ,  $B = \{1, a+1, a-1\}$ , 则“ $a=1$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的( ).
  - A. 必要不充分条件
  - B. 充分不必要条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
2. 设  $\alpha, \beta$  为两个平面, 则  $\alpha // \beta$  的充要条件是( ).
  - A.  $\alpha$  内有无数条直线与  $\beta$  平行
  - B.  $\alpha$  内有两条相交直线与  $\beta$  平行
  - C.  $\alpha, \beta$  平行于同一条直线
  - D. 以上答案都不对
3. 复数  $4-2i$  的共轭复数为( ).
  - A.  $-4+2i$
  - B.  $4+2i$
  - C.  $-4-2i$
  - D.  $4-2i$
4. 在复平面内, 复数  $z$  对应的点的坐标为  $(1, 1)$ , 则  $z \cdot i$  等于( ).
  - A.  $1+i$
  - B.  $1-i$
  - C.  $-1-i$
  - D.  $-1+i$
5. 已知实系数一元二次方程  $2x^2+bx+c=0$  的一个根是  $1-2i$ , 则  $c$  的值为( ).
  - A.  $-10$
  - B.  $10$
  - C.  $-3$
  - D.  $3$
6. 给出下列命题:
  - ①  $|\overline{BA}| = |\overline{AB}|$ ;
  - ② 向量  $a$  与向量  $b$  的方向相同或相反, 则  $a // b$ ;
  - ③ 若  $a, b$  都是单位向量, 则  $a=b$ ;
  - ④ 方向为南偏西  $60^\circ$  的向量与方向为北偏东  $60^\circ$  的向量是共线向量;
 其中, 真命题的序号是( ).
  - A. ①②
  - B. ①④
  - C. ①②④
  - D. ①②③④

7. 如图所示,  $\triangle ABC$  的边长均为 1,  $D, E, F$  分别是  $AB, BC, AC$  的中点, 则下列运算结果为单位向量的是( ).

- A.  $\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{DF}$
- B.  $\overline{AD} + \overline{DE}$
- C.  $\overline{AD} - \overline{DE} + \overline{DF}$
- D.  $\overline{AD} - \overline{DE}$



8. 已知  $A(3, -2)$ ,  $B(-6, 1)$ , 且  $\overline{AM} = \frac{2}{3}\overline{AB}$ , 则点  $M$  的坐标是( ).

- A.  $(-3, 1)$
- B.  $(-1, 2)$
- C.  $(0, -1)$
- D.  $(-3, 0)$

9. 如果向量  $a, b$  满足  $|a|=4, |b|=1$ , 且  $a \cdot b = -2$ , 则  $\langle a, b \rangle$  的值是( ).

- A.  $30^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $120^\circ$
- D.  $150^\circ$

10. 已知椭圆的长轴长为 10, 焦距为 6, 则该椭圆的短轴长等于( ).

- A. 3
- B. 6
- C. 8
- D. 12

11. 已知抛物线的顶点在坐标原点, 对称轴为坐标轴, 若抛物线经过点  $M(-3, -6)$ , 则其标准方程是( ).

- A.  $y^2 = -12x$
- B.  $y^2 = -12x$  或  $x^2 = -\frac{3}{2}y$
- C.  $x^2 = -\frac{3}{2}y$
- D.  $y^2 = 12x$  或  $x^2 = \frac{3}{2}y$

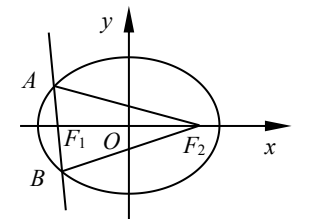
12. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的虚轴长为 4, 焦距为  $2\sqrt{5}$ , 则双曲线的渐近线方程是( ).

- A.  $y = \pm 2x$
- B.  $y = \pm \sqrt{2}x$
- C.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
- D.  $y = \pm \frac{1}{2}x$

13. 如图所示, 已知椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过点  $F_1$  的直线  $AB$  交椭圆于  $A, B$  两点, 则  $\triangle ABF_2$

的周长等于( ).

- A. 24
- B. 20
- C. 16
- D. 12



14. 关于  $x, y$  的方程  $x^2 + my^2 = 1$ , 下列说法正确的是( ).

- A. 当  $m < 0$  时, 方程表示双曲线
- B. 当  $m = 0$  时, 方程表示抛物线;
- C. 当  $m > 0$  时, 方程表示椭圆
- D. 当  $m = 1$  时, 方程表示等轴双曲线;

15. 已知圆锥曲线  $x^2 + my^2 = 1$  的离心率为  $\sqrt{3}$ , 则实数  $m$  的值是( ).



- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $-2$       D.  $2$

16. 方程  $\frac{x^2}{2k-1} + \frac{y^2}{k+3} = 1$  表示椭圆的充要条件是( ).

- A.  $k > \frac{1}{2}$  且  $k \neq 4$       B.  $k > -3$       C.  $k > \frac{1}{2}$       D.  $-3 < k < \frac{1}{2}$

17. “ $x > 1$ ”是“ $x > 3$ ”的( ).

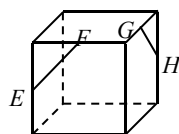
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

18. 已知椭圆过点(5, 0), 且与双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$  有相同的焦点, 则椭圆的标准方程是( ).

- A.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$       B.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$       C.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$       D.  $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{9} = 1$

19. 如图所示, 点  $E, F, G, H$  分别是正方体四条棱的中点, 则直线  $EF$  与  $GH$  的位置关系是( ).

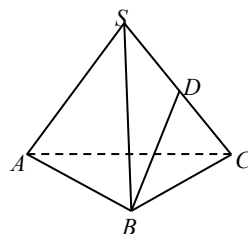
- A. 平行      B. 相交  
C. 异面      D. 重合



第19题图

20. 如图所示, 正三棱锥  $S-ABC$  的棱长都是 2,  $D$  是  $SC$  的中点, 有以下结论:

- ①  $SA \parallel BD$ ; ②  $AB \perp SC$  ;  
③  $SC$  与平面  $ABC$  所成的角为  $60^\circ$  ;  
④ 正三棱锥  $S-ABC$  的体积是  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .



第20题图

其中结论正确的是( ).

- A. ①②      B. ①③      C. ③④      D. ②④

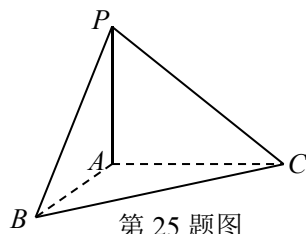
## 卷二 (非选择题, 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每个小题 4 分, 共 20 分.

21. 在复平面中, 向量  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  对应的复数分别为  $1+2i$ ,  $3-2i$ , 则向量  $\overrightarrow{AB}$  对应的复数为\_\_\_\_\_.

22. “ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的\_\_\_\_\_条件.

23. 抛物线  $y = \frac{x^2}{8}$  的准线方程是\_\_\_\_\_.



第25题图

24. 关于椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ , 有下列说法: ①焦点在  $x$  轴上, 其坐标为  $(\pm 4, 0)$ ; ②若椭圆上的点  $P$  到一个焦点

的距离为 6, 则  $P$  到另一个焦点的距离为 4; ③长轴长为 5, 短轴长为 3, 焦距为 8; ④  $a=5, b=3, c=4$ ;

⑤离心率  $e = \frac{3}{5}$ . 其中, 说法正确的序号是\_\_\_\_\_.

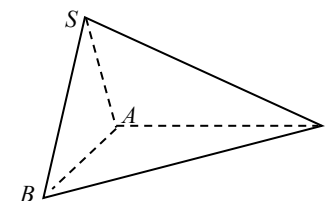
25. 如图所示, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA \perp$  平面  $ABC, AB=AC=5, BC=8, PA=4$ , 则点  $P$  到  $BC$  的距离等于\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 40 分.

26. (本小题 7 分) 已知向量  $a, b, |a|=2, |b|=3, \langle a, b \rangle = \frac{2\pi}{3}$ . 求:

- (1)  $|a+b|$ ;  
(2)  $(a+b) \cdot (2a-3b)$ .

27. (本小题 8 分) 如图所示, 在三棱锥  $S-ABC$  中, 平面  $SAB \perp$  平面  $ABC, \triangle SAB$  的边长都是 2,  $SC=4$ . 求直线  $SC$  与平面  $ABC$  所成角的正弦值.

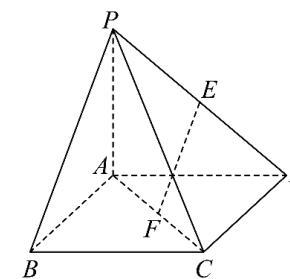


第27题图

28. (本小题 8 分) 已知椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ , 求椭圆上的点到直线  $l: x+y-7=0$  的最大和最小距离.

29. (本小题 8 分) 如图所示, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是菱形, 侧棱  $PA \perp$  底面  $ABCD, E$  是  $PD$  的中点,  $F$  是  $AC$  的中点. 求证:

- (1)  $EF \parallel$  平面  $PAB$ ;  
(2)  $BD \perp$  平面  $PAC$ .



第29题图

30. (本小题 9 分) 已知抛物线的顶点是坐标原点  $O$ , 焦点  $F$  在  $x$  轴的正半轴上,  $Q$  是抛物线上的点, 点  $Q$  到焦点  $F$  的距离是 1, 且到  $y$  轴的距离是  $\frac{3}{8}$ .

- (1) 求抛物线的标准方程;  
(2) 若直线  $l$  经过点  $M(3, 1)$ , 与抛物线交于  $A, B$  两点, 且  $OA \perp OB$ , 求直线  $l$  的方程.